

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2011–20112 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

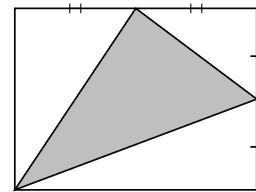
Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Setjum $n = x - y^{x-y}$. Hvað er n ef $x = 2$ og $y = -2$?

-14 0 1 18

2. Hve stór hluti rétthyrningsins er skyggður?



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{2}{5}$

3. Á veitingastað eru nákvæmlega 19 borð. Borðin eru af tveimur gerðum, fjögurra manna og sex manna. Ef veitingastaðurinn tekur í heildina 90 manns, hvað eru mörg sex manna borð?

6 7 8 9

4. Gefið er að $2x + 3y = 6x - y$ og $x + y \neq 0$. Þá er $\frac{7x - y}{x + y}$ jafnt og

1 2 3 4

5. Meðaltal 50 talna er 38. Tvær talnanna eru 45 og 55. Hvert verður meðaltalið ef þessum tveimur tölum er sleppt?

36 36,5 37 37,5

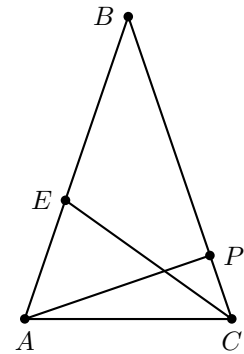
6. Hve margar þrenndir rauntalna (a, b, c) uppfylla jöfnurnar $ab = c$, $ac = b$ og $bc = a$?

 2 4 5 6

7. Rauntölur x og y eru lausnir jöfnunnar $\sqrt{x-1} + \sqrt{y-x} = 0$. Hvert er gildi stærðarinnar $x + 2y$?

 1 2 3 4

8. Í jafnarma þríhyrningi ABC er $AB = BC$. P er á hlið BC þannig að $AP \perp BC$ og E er á hlið AB þannig að strikið CE helmingar hornið $\angle ACB$. Hversu margar gráður er hornið $\angle AEC$ ef $\angle ABC = 40^\circ$?

 60 75 85 90

9. Ef $m = a^a$ og $a = n^{2n}$ þá er m jafnt og

 n^{2n} $n^{n^{2n}}$ $n^{2n^{2n}}$ $n^{2n^{2n+1}}$

10. Fjöldi heiltölutvennda (m, n) þannig að $2^m - 2^n = 63$ er

 0 1 2 meiri en 2

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

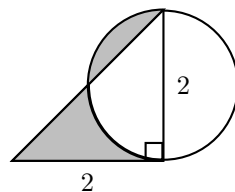
11. Tölustöfunum 1, 2, 3, 4 og 9 er raðað til að mynda fimm stafa tölu. Talan sem er mynduð er minnsta slétta fimm stafa talan sem hægt er að búa til úr þessum tölustöfum. Hvaða tölustafur er í tugasetinu (næst aftastur)?

1 2 3 4 9

12. Miðpunktur hrings sem liggur í gegnum punktana $A = (3, 2)$, $B = (7, 5)$ og $C = (3, 5)$ hefur hnitin

$(5, 3)$ $(4, \frac{7}{2})$ $(\frac{7}{2}, 5)$ $(5, \frac{7}{2})$ $(3, 5)$

13. Myndin sýnir hring með þvermál 2 og rétthyrndan þríhyrning. Hvert er flatarmál skyggða svæðisins?



$\pi - \frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$ $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$ 2

14. Hve mörg hlutmengi í menginu $\{a, b, c, d, e, f\}$ innihalda bæði a og b ?

9 12 16 25 32

15. Ef $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ hvert er gildið á $\frac{(x^2 + 1)^2}{x^2}$?

1 2 3 4 5

Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

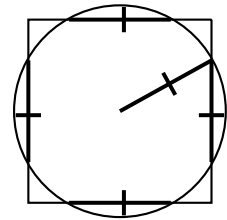
16. Á fundi heilsar hver maður fimm öðrum mönnum með handabandi. Alls eru sextíu handabönd. Hve margir eru á fundinum?

Svar: _____

17. Maður tínir epli og heldur síðan heim til sín. Á leiðinni heim þarf hann að stoppa á þremur tollstöðvum. Á hverri tollstöð er hann beðinn um toll sem nemur helmingi þeirra epla sem hann er með og eitt epli að auki. Þegar maðurinn kemur heim er hann með eitt epli. Hve mörg epli tíndi maðurinn?

Svar: _____

18. Ferningur er teiknaður á hring þannig að þeir hlutar hliða ferningsins sem liggja innan hringsins eru allir jafnir geisla hringsins. Finnið hlutfallið milli flatarmáls hringsins og flatarmáls ferningsins.



Svar: _____

19. Hversu margar ólíkar útkomur fást með því að leggja saman þrjár ólíkar tölur úr safninu $\{3, 6, 9, \dots, 27, 30\}$?

Svar: _____

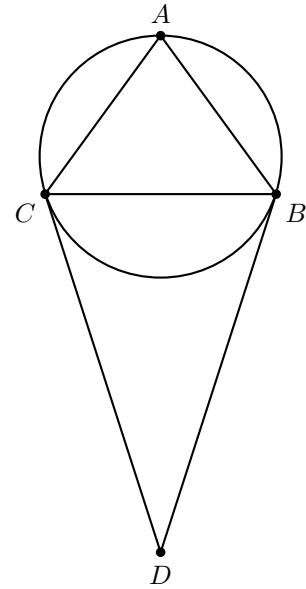
20. Lausnir jöfnunnar $x^2 - 85x + c = 0$ eru frumtölur (prímtölur). Hvert er gildið á c ?

Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta er hvort dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Gefinn er hvasshyrndur jafnarma þríhyrningur ABC og umritaður hringur hans. Snertlar við hringinn í B og C skerast í D . Einnig er $\angle ABC = \angle ACB = 2\angle CDB$. Finnið hornið $\angle CAB$.



- 22.** Finnið allar framtölur (prímtölur) p , q og r þannig að $p > q > r$ og tölurnar $p - q$, $p - r$ og $q - r$ séu líka framtölur.