

## Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2020–2021 Neðra stig

Nafn: \_\_\_\_\_

Kennitala: \_\_\_\_\_ Sími: \_\_\_\_\_

Heimilisfang: \_\_\_\_\_ Póstnúmer: \_\_\_\_\_

Netfang: \_\_\_\_\_

Skóli: \_\_\_\_\_ Bekkur eða áfangi: \_\_\_\_\_

Námsár í framhaldsskóla:  1.  2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

### Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

## Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Rúnar vinnur 200 þúsund krónur. Hann ákveður að gefa Jónu 30% af verðlauninum. Hann skiptir síðan 15% af því sem eftir er jafnt milli Daníels og Láru. Hversu margar krónur gaf Rúnar Láru?

7.000       10.500       14.000       15.000

2. Hvert er gildið á  $n$  ef  $2^n = 8^{20}$ ?

16       20       40       60

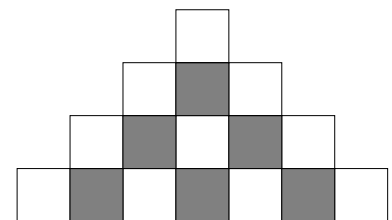
3. Um jákvæðu heiltölurnar  $s$  og  $t$  er vitað að  $s(s-t) = 29$ . Hvert er gildið á  $s+t$ ?

1       29       30       57

4. Geisli hrings er lengdur um 1 metra. Hvert er hlutfall ummáls og þvermáls stækkaðs hrings?

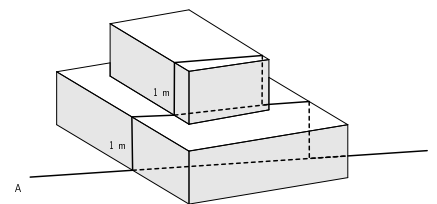
$\frac{\pi}{2}$         $\pi$         $\pi + 1$        ekki vitað

5. Ferningum er raðað eins og sést á mynd. Í fyrstu röð er einn hvítur ferningur, í næstu röð hvítur, grár, hvítur. Hver röð byrjar og endar á hvítum ferningi og hver röð hefur tveimur fleiri ferninga en röðin á undan. Hver er fjöldi grárra ferninga í röð númer 2020?



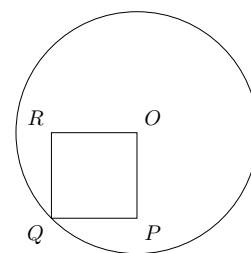
2018       2019       2020       2021

6. Maur röltir daglega 5m langan beinan veg frá  $A$  til  $B$ . Einn daginn hafa tveir kubbar, sem hvor um sig er 1m á hæð, verið lagðir í veg maursins eins og sýnt er á mynd. Maurinn trítlar nú, ofan frá séð, sama beina veg og áður en fer yfir kubbana líkt og sést á myndinni. Hversu marga metra trítlar maurinn á ferð sinni frá  $A$  til  $B$ ?



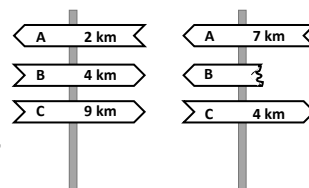
- $9 - 2\sqrt{2}$        7       9        $5 + 4\sqrt{2}$

7. Á myndinni er hringur með miðju í  $O$  og ferningur  $PQRO$  með hornpunkt  $Q$  á hringnum. Ef flatarmál hringins er  $72\pi$ , hvert er þá flatarmál ferningsins  $PQRO$ ?



- 25       36       38       48

8. Stysta leið frá  $A$  til  $C$  liggur gegnum  $B$ . Leggi maður leið sína frá  $A$  til  $C$  þá verður fyrst á vegi manns skiltastaurinn sem sést til vinstri og svo einhverju síðar skiltastaurinn sem sést til hægri. Hvað á að standa á brotna skiltinu?



- 1 km       2 km       3 km       4 km

9. Við skilgreinum tvær nýjar reikniáðgerðir  $\bowtie$  og  $\odot$  með jöfnum

$$a \bowtie b = a^b \quad \text{og} \quad a \odot b = 2a + b$$

Reiknið gildið á  $(16 \bowtie \frac{1}{2}) \odot (2 \bowtie 3)$

- 14       16       22       24

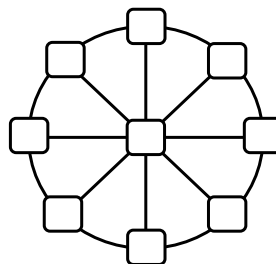
10. Í poka eru grænar, bláar og rauðar kúlur. Hlutfall grænu kúlanna á mótí bláu og svo rauðu er  $3 : 4 : 2$ . Ef 63 af kúlunum í pokanum eru ekki rauðar, hver er fjöldi rauðra kúlna?

- 14       18       27       36

## Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Velja skal jákvæðar heiltölur og setja í reitina. Fyrir sérhverjar þrjár tölur sem liggja á beinni línu í gegnum hringinn verður summa þeirra að vera 13. Summa talnanna átta í reitunum sem liggja á hringnum verður að vera 40. Hvaða tölu þarf að setja í miðjuna til að skilyrði séu uppfyllt?

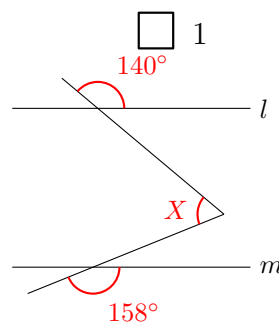


1                       3                       5                       7                      9

12. Gerum ráð fyrir að  $x$  og  $y$  séu rauntölur þannig að  $-4 \leq x \leq -2$  og  $2 \leq y \leq 4$ . Hvert er stærsta mögulega gildið á  $\frac{x+y}{x}$ ?

$-1$                         $-\frac{1}{2}$                        0                        $\frac{1}{2}$                        1

13. Armar horns  $X$  skera samsíða línur  $l$  og  $m$  eins og sýnt er á mynd. Hver er stærð hornsins  $X$ ?

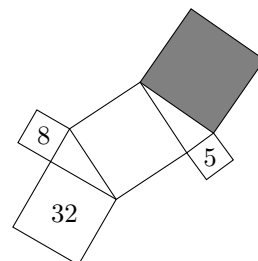


$58^\circ$                         $60^\circ$                         $62^\circ$                         $64^\circ$                         $66^\circ$

14. Edda hljóp 1000 m hlaupabraut á 380 sekúndum. Hún hljóp fyrstu 720 m brautarinnar á 3 m/s jöfnum hraða. Hún hljóp það sem eftir var á jöfnum hraða. Hver var sá hraði?

1 m/s                       2 m/s                       3 m/s                       4 m/s                       5 m/s

15. Myndin er samsett úr 5 ferningum og tveimur rétthyrndum þríhyrningum. Flatarmál þriggja ferninga er 5, 8 og 32 eins og sýnt er. Hvert er flatarmál skyggða ferningsins?

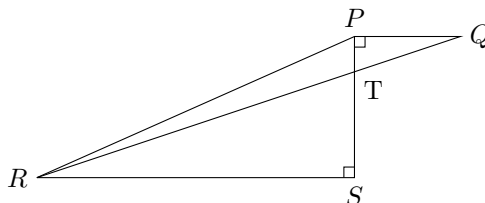


19                       29                       35                       45                       75

## Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Á myndinni til hliðar eru gefnar lengdirnar  $PS = 8$ ,  $PQ = 6$  og  $RS = 18$ . Hvert er flatarmál þríhyrningsins  $PTR$ ?



Svar: \_\_\_\_\_

17. Maður ætlar að ganga 40 km. Hann gerir sér grein fyrir því að ef hann gengur 1 km á klst hraðar þá tekur gangan 2 klst skemmri tíma. Hversu hratt (í km á klst.) ætlaði maðurinn sér að ganga í upphafi?

Svar: \_\_\_\_\_

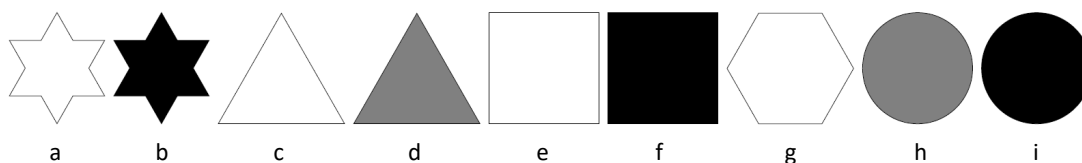
18. Við segjum að tala sé *alveg slétt* ef allir tölustafir hennar eru sléttar tölur. Til dæmis eru 864 og 2020 alveg sléttar (0 telst til sléttra tölustafa). Hve margar alveg sléttar tölur eru stærri en 1 og minni en 2020?

Svar: \_\_\_\_\_

19. Ef lengd rétthyrnings er stytta um 10 cm en breiddin aukið um 6 cm þá fæst ferningur sem hefur sama flatarmál og upprunalegi réttyrningurinn. Hvert er þetta flatarmál?

Svar: \_\_\_\_\_

20. Á vegg hanga níu myndir merktar með bókstöfum:



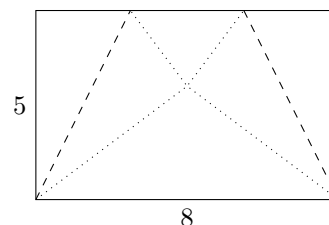
Kári á sér eina upphaldsmynd. Ari veit að Bella þekkir hvaða form upphaldsmynd Kára hefur. Bella veit að Ari þekkir litinn á upphaldsmynd Kára. *Ari segir:* Ég veit ekki hver upphaldsmynd Kára er en ég veit að Bella veit það ekki heldur. *Þá segir Bella:* Fyrst vissi ég ekki hver upphaldsmynd Kára væri en núna veit ég hver hún er. *Ari:* Nú veit ég það líka. Hvaða bókstafur stendur við myndina sem Kári valdi?

Svar: \_\_\_\_\_

## Fjórði hluti

Í þessum hluta eru tvö dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Rétthyrnt blað af lengd 8 cm og breidd 5 cm er brotið eftir strikálínum, eins og sýnt er, þannig að tvö horn blaðsins snertast, eins og punktalínur sýna. Hvert er flatarmál trapisunnar sem myndast við brotið?



22. Hópur nemenda var spurður um banana og epli. Svörin voru á þann veg að
- 30% nemenda fannst epli ekki góð;
  - 36 nemendum fannst bananar ekki góðir;
  - 60 nemendum fannst bæði epli og bananar góðir;
  - 48 fannst aðeins annar ávöxturinn góður en ekki hinn.

Hve mörgum fannst hvorki bananar né epli góð?