

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2020–2021 Efra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2. 3. 4.

I	
II	
16	
17	
18	
19	
Alls	

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í þremur hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í þriðja hluta eru fjórar spurningar sem gilda tíu stig hver. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta hlutanum eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í öðrum hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær og hálf klukkustund til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Í poka eru grænar, bláar og rauðar kúlur. Hlutfall grænu kúlanna á móti bláu og svo rauðu er $3 : 4 : 2$. Ef 63 af kúlunum í pokanum eru ekki rauðar, hver er fjöldi rauðra kúlna?

14 18 27 36

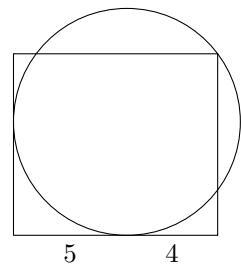
2. Hvert er gildi stærðarinnar $\frac{4^a}{8^b}$ ef $2a = 3b + 5$?

8 16 32 64

3. Jákvæðu heiltölurnar a og b uppfylla $a^4 = b^2 + 71$. Hver er summan $a + b$?

37 41 48 51

4. Á myndinni sjást rétthyrningur og hringur. Hringurinn snertir tvær hliðar rétthyrningsins og einn hornpunkta hans. Snertipunktur hringi við lárétta hlið rétthyrningsins skiptir hliðinni í tvo hluta af lengd 5 og 4 eins og sýnt er. Hvert er flatarmál rétthyrningsins?



63 72 81 90

5. Edda hljóp 1000 m hlaupabraut á 380 sekúndum. Hún hljóp fyrstu 720 m brautarinnar á 3 m/s jöfnum hraða. Hún hljóp það sem eftir var á jöfnum hraða. Hver var sá hraði?

2 m/s 3 m/s 4 m/s Annað

6. Hversu margar 5 stafa jákvæðar heiltölur hafa þversummuna 3?

 10

 11

 14

 15

7. Rétthyrndur kassi (ferstrendingur) hefur hliðarlengdir x , y og z . Flatarmál hliða kassans eru 24, 24, 48, 48, 72 og 72. Hver er summan $x + y + z$?

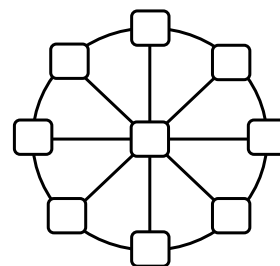
 20

 22

 24

 30

8. Velja skal jákvæðar heiltölur og setja í reitina. Fyrir sérhverjar þrjár tölur sem liggja á beinni línu í gegnum hringinn verður summa þeirra að vera 13. Summa talnanna átta í reitunum sem liggja á hringnum verður að vera 40. Hvaða tölu þarf að setja í miðjuna til að skilyrði séu uppfyllt?


 1

 3

 5

 Annað

9. Hversu mörg hlutmengi mengisins $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ innihalda a.m.k. eina framtölu?

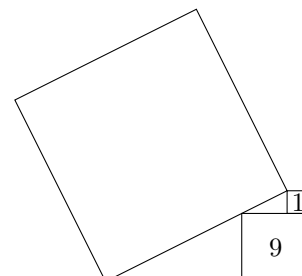
 128

 192

 224

 240

10. Ferningur hefur verið lagður upp að tveimur minni ferningum, annar að flatarmáli 1 og hinn að flatarmáli 9. Hvert er flatarmál stóra ferningsins?


 49

 80

 81

 100

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

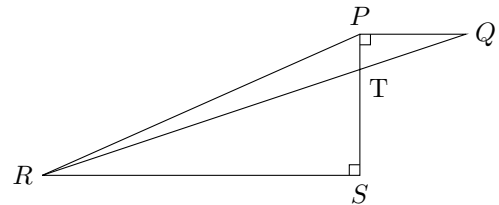
11. Kanína sér 24 metra frá sér. Refur getur hlaupið tvöfalt hraðar en kanína. Ef kanína nær að holu sinni á undan refnum þá sleppur hún frá honum. Hve langt er kanínu óhætt að fara frá holu sinni, samkvæmt þessu?

Svar: _____

12. Klukkan er nákvæmlega þrjú. Hversu langan tíma (í mínútum) tekur það stóra vísinn að ná þeim litla þannig að vísarnir tveir bendi í nákvæmlega sömu átt?

Svar: _____

13. Á myndinni til hliðar eru gefnar lengdirnar $PS = 8$, $PQ = 6$ og $RS = 18$. Hvert er flatarmál þríhyrningsins PTR ?



Svar: _____

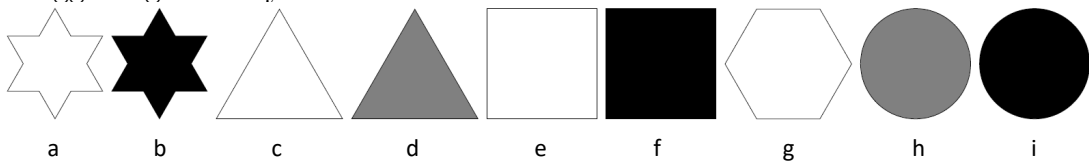
14. Fallið f er þannig að fyrir allar jákvæðar heiltölur n gildir að

$$f(4 + n^2) = an + 2 \quad \text{og} \quad f(9 - n^2) = 3n - b$$

þar sem a og b eru rauntölur. Hvert er fallgildið $f(13)$?

Svar: _____

15. Á vegg hanga níu myndir merktar með bókstöfum:



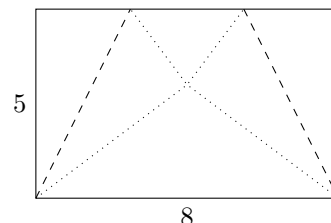
Kári á sér eina uppáhaldsmynd. Ari veit að Bella þekkir hvaða form uppáhaldsmynd Kára hefur. Bella veit að Ari þekkir litinn á uppáhaldsmynd Kára. *Ari segir:* Ég veit ekki hver uppáhaldsmynd Kára er en ég veit að Bella veit það ekki heldur. *Þá segir Bella:* Fyrst vissi ég ekki hver uppáhaldsmynd Kára væri en núna veit ég hver hún er. *Ari:* Nú veit ég það líka. Hvaða bókstafur stendur við uppáhaldsmynd Kára?

Svar: _____

Priðji hluti

Í þessum hluta eru fjögur dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

16. Rétthyrnt blað af lengd 8 cm og breidd 5 cm er brotið eftir strikálínum, eins og sýnt er, þannig að tvö horn blaðsins snertast, eins og punktalínur sýna. Hvert er flatarmál trapisunnar sem myndast við brotið?



17. Hópur nemenda var spurður um banana og epli. Svörin voru á þann veg að

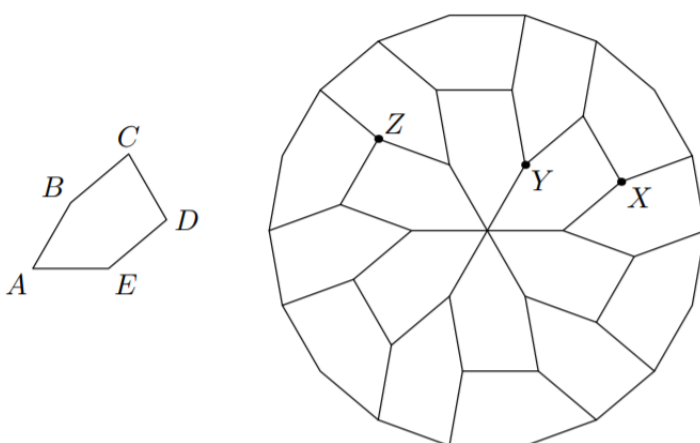
- 30% nemenda fannst epli ekki góð;
- 36 nemendum fannst bananar ekki góðir;
- 60 nemendum fannst bæði epli og bananar góðir;
- 48 fannst aðeins annar ávöxturinn góður en ekki hinn.

Hve mörgum fannst hvorki bananar né epli góð?

18. Ákvarða skal allar talnaþrenndir (p, q, n) þar sem p og q eru frumtölur og n er jákvæð heiltala þannig að eftirfarandi gildi:

$$p^2 = q^2 + 2^n$$

19. Reglulegum 18 hyrningi er skipt í 18 fimmhyrninga sem allir eru eins og fimmhyrningurinn $ABCDE$ á meðfylgjandi mynd. Hliðar fimmhyrningsins $ABCDE$ eru allar jafnlangar.



Ákvarðið stærð hornanna A , B , C , D og E í fimmhyrningnum og sýnið að punktarnir X , Y og Z liggja á sömu línu.