

Íslenska stærðfræðafélagið
Félag raungreinakennara í framhaldsskólum

7. október 2014
Tími: 2 klukkustundir

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2014–2015 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Landsnet styrkir Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema.

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Hvert er gildið á $10 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)^{-1}$?

$\frac{7}{2}$

8

$\frac{25}{2}$

$\frac{170}{3}$

2. Jón gekk framhjá fjórum húsum í röð, í sínum lit hvert. Hann gekk framhjá appelsínugula húsinu á undan rauða húsinu. Hann gekk framhjá bláa húsinu á undan gula húsinu. Bláa húsið er ekki við hliðina á gula húsinu. Á hve marga vegu getur röð húsanna verið?

2

3

4

5

3. María Erla telur fugla fyrir Náttúruverndarsamtökin. Einn daginn telur hún þrjár tegundir fugla, lóur, spóa og hrossagauka. $\frac{2}{3}$ fuglanna eru hrossagaukar, $\frac{1}{8}$ eru lóur og hún telur nákvæmlega 5 spóa. Hversu marga hrossagauka taldi María Erla?

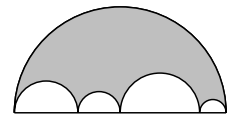
12

13

14

16

4. Fimm hálfhringir eru með miðju á einni og sömu línunni. Þvermál stærsta hálfhringsins er 2, jafnt samantölum fjögurra minni hringjanna. Hvert er flatarmál fernings sem hefur sama ummál og skyggða svæðið?



2

4

π^2

$\pi^2/4$

5. Ef $|x - 2| = p$ og $x < 2$ þá er $x - p$ jafnt og

2

$2 - 2p$

$2p - 2$

$|2p - 2|$

6. Kaupmaður kaupir 1200 kg af káli, sem er að 98 prósentum vatn og setur í geymslu. Viku síðar, þegar kaupmaðurinn sækir kálið er það að 97 prósentum vatn. Hversu mikið vegur kálið þá?

750 kg 800 kg 950 kg 1080 kg

7. Hve mörg hlutmengi í menginu $\{a, b, c, d, e, f\}$ innihalda bæði a og b ?

9 12 16 25

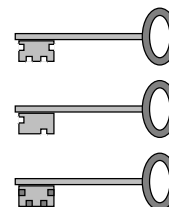
8. Fjórar stelpur, Anna, Bára, Dagný og Elín sungu á tónleikum og aðeins þrjár saman hvert lag. Elín söng í flestum laganna, alls sjö og Anna söng í fæstum laganna, alls fjórum. Hve mörg lög sungu stelpurnar á tónleikunum?

7 8 9 11

9. Hvert er gildið á $\frac{(x^2 + 1)^2}{x^2}$ ef $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$?

2 3 4 5

10. Lykill er búinn til með því að klippa út einn eða fleiri dökku bitanna sem sjást á neðsta lykli myndar. Efri lykklar myndar eru dæmi um rétt gerða lykla. Hversu marga mismunandi lykla er hægt að gera með þessu móti?



15 16 17 18

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

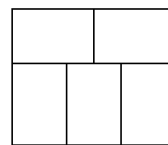
11. Í poka með kúlum eru $\frac{3}{5}$ kúlnanna bláar og restin rauðar. Hvert verður hlutfall rauðu kúlnanna ef fjöldi þeirra er tvöfaldaður en fjöldi bláu kúlnanna helst óbreyttur?

$\frac{2}{5}$
 $\frac{3}{7}$
 $\frac{4}{7}$
 $\frac{3}{5}$
 $\frac{4}{5}$

12. Gefið er að x og y eru rauntölur, hvorug núll og $x \neq y$. Hvert er gildið á xy ef $x + \frac{2}{x} = y + \frac{2}{y}$?

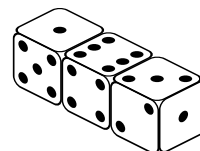
$\frac{1}{4}$
 1
 $\frac{1}{2}$
 2
 4

13. Rétthyrningur er samsettur úr 5 eins rétthyrningum eins og myndin sýnir. Hvert er flatarmál stóra rétthyrningsins ef vitað er að ummál hvers lítils rétthyrnings er 20 m?



72 m²
 112 m²
 120 m²
 140 m²
 150 m²

14. Þremur teningum með tölunum einn upp í sex er raðað eins og sýnt er á mynd. Sjö hliðar teninganna eru sýndar. Hver er samanlagður fjöldi punkta sem **sjást ekki**?



21
 22
 31
 41
 53

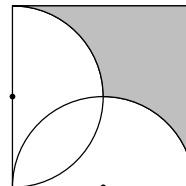
15. Að morgni dags, þegar Jón leggur af stað í ferðalag, falla vísarnir á armbandsúri hans saman milli 8 og 9. Ferðalagi Jóns lýkur í eftirmiðdaginn, milli kl. 14 og 15, þegar að vísarnir mynda 180° horn (liggja á beinni línu). Hversu lengi var Jón á ferðalaginu?

5 klst og 17 mín
 5 klst og 43 mín
 6 klst
 6 klst og 30 mín
 6 klst og 43 mín

Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Tveir hálfhringir eru innritaðir í fering með hliðarlengd 2. Hvert er flatarmál skyggða svæðisins?



Svar: _____

17. Það tekur hóp múrara 5 klst. að ljúka ákveðnu múrverki. Væru þeir einum fleiri tæki sama verk 4 klst. Allir vinna jafn hratt og jafn mikið. Hve langan tíma tæki það einn múrara að ljúka verkinu?

Svar: _____

18. Tölurnar a , b , c , d og e uppfylla jöfnurnar

$$a + b + 1 = b + c - 2 = c + d + 3 = d + e - 4 = e + a + 5.$$

Hver talnanna fimm er stærst?

Svar: _____

19. Maður tínir epli og heldur síðan heim til sín. Á leiðinni heim þarf hann að stoppa á þremur tollstöðvum. Á hverri tollstöð er hann beðinn um toll sem nemur helmingi þeirra epla sem hann er með og eitt að auki. Þegar maðurinn kemur heim er hann með eitt epli. Hve mörg epli tíndi maðurinn?

Svar: _____

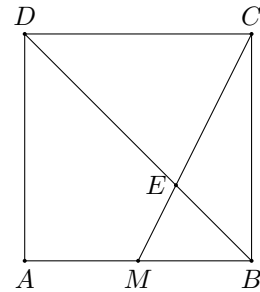
20. Hvert er gildið á x ef $\sqrt{x} = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}}$?

Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta eru tvö dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Punktur M er miðpunktur hliðar AB í ferningi $ABCD$. Punktur E er skurðpunktur hornalínu BD og miðlínu CM . Hvert er hlutfall flatarmáls þríhyrnings BCE og ferhyrnings $ADEM$?



- 22.** Finnið öll pör (a, b) jákvæðra heiltalna sem eru þannig að $a > b$ og mismunur stærðanna $a^2 + b$ og $a + b^2$ er framtala (prímtala).