

# Liðakeppni - Neðra stig

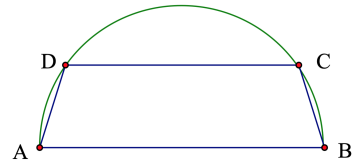
9. október 2021

Engar reiknivélar leyfilegar

1. Ef  $\frac{b}{a} = 2$  og  $\frac{c}{b} = 3$ , hvað er þá  $\frac{a+b}{b+c}$ ?

2. Tölurnar frá 1 upp í 999, að báðum meðtöldum, eru skrifaðar á blað. Hver er summa allra tölustafanna?

3. Hringur með geisla 2 hefur  $AB$  sem miðstreng. Strikin  $AD$  og  $BC$  eru bæði 1 m að lengd. Hve langt er strikið  $DC$ ?



4. Punkturinn  $A$  liggur á línunni með jöfnu  $y = 2x + 3$ ,  $B$  á línunni með jöfnu  $y = x + 2$  og punkturinn  $M = (3, 10)$  er miðpunktur striksins  $AB$ . Finnið jöfnu línunnar gegnum  $A$  og  $B$ .

5. Hver er síðasti tölustafur tölunnar sem er margfeldi allra oddatalna frá 1 til 2021, það er talan  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2021$ ?

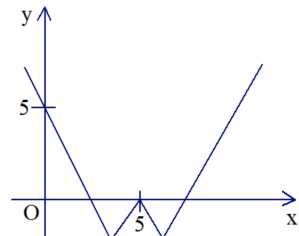
6. Á hve marga vegu má raða tölunum 1,2,3,4,5,6 á tening þannig að summa mótlægra hliða sé 7? (Við segjum að teningar séu eins ef hægt er að rúlla öðrum yfir í hinn).

7. Allar jákvæðar þriggja stafa tölur eru skrifaðar á miða, ein á hvern, og miðarnir settir í poka. Lóa velur nokkra miða af handahófi úr pokanum og reiknar þversummu talnanna á þessum miðum. Hver er minnsti fjöldi miða sem hún þarf að taka til að tryggt sé að þversumma talna á tveim miðum sé sú sama?

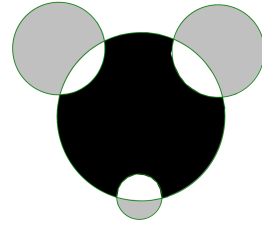
8. Um rauntölurnar  $a, b, c$  og  $m$  gildir að  $a + b = 2m^2$ ,  $b + c = 6m$  og  $a + c = 2$ . Fyrir hvaða gildi á  $m$  er  $a \leq b \leq c$ ?

9. Hvað eru til margar jákvæðar heilar tölur  $n$  þannig að  $2n + 1$  gangi upp í  $8n + 169$ ?

10. Myndin sýnir graf fallsins  $f$ . Hve margar lausnir hefur jafnan  $(f(x))^2 - f(x) = 0$ ?

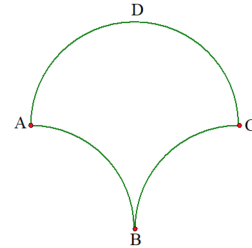


11. Hringur með geisla 6 sker hringi með geisla 4, 4 og 2 eins og á mynd. Ef gráa svæðið er 90 fermetrar, hvað er þá svarta svæðið stórt?



12. Leysið jöfnuna  $(x^2 + x + 1)(x^6 + x^3 + 1) = \frac{511}{x - 1}$ .

13. Á myndinni eru bogarnir  $AB$  og  $CB$  fjórðungar úr hring með geisla  $R = 2$  sem snertast í punktinum  $B$ . Boginn  $ADC$  er hálfhringur með geisla  $R = 2$ . Finnið flatarmál svæðisins sem bogarnir afmarka.

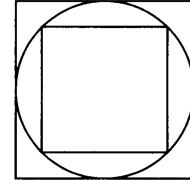


14. Meðal 25 hesta viljum við finna þrjá þá fljótustu. Við höfum enga klukku en hlaupabraut þar sem við getum látið fimm hesta hlaupa í einu og séð í hvaða röð þeir koma í mark. Gerum ráð fyrir að sérhver hestur hlaupi á föstum hraða og að allir séu þeir misfljótir. Sýnið að hægt er að finna þrjá fljótustu hestana og innbyrðis röð þeirra í sjö hlaupum.

15. Finnið allar lausnir jöfnunnar

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot 9^{x-1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x-1}$$

16. Ferningur er innritaður í hring, sem er innritaður í annan ferning, eins og á mynd. Finnið hlutfallið milli flatarmáls ferninganna tveggja.



17. Talan  $G$  er margfeldi allra heilla talna frá 100 til 200 (báðar tölurnar taldar með). Hver er hæsta tala  $n$  þannig að  $5^n$  gengur upp í  $G$ ?

18. Hliðar þríhyrnings hafa lengdirnar 15, 20 og 25. Finnið lengd stystu hæðarinnar.

19. Hornpunktur tenings eru tölusettir með tölunum frá 1 upp í 8 (hver tala notuð einu sinni). Fyrir hverja brún er mynduð summa talnanna á endapunktum hennar. Er hægt að tölusetja hornpunktana á þann veg að summurnar fyrir brúnirnar séu ólíkar?

20. Anna, Birna, Diljá, Erna og Fjóla hugsa sér fimm ólíkar tölur.

Anna segir: „Mín tala er hvorki stærst né minnst.“

Birna segir: „Mín tala er hvorki stærst né minnst.“

Diljá segir: „Mín tala er stærst.“

Erna segir: „Mín tala er minnst.“

Fjóla segir: „Mín tala er ekki minnst.“

Nákvæmlega ein þeirra skrökvar. Hver hugsaði sér stærstu töluna?